

1. Einleitung

Integrierte analoge Schaltungen sind ein wesentlicher Bestandteil in vielen elektronischen Schaltungen. So ist beispielsweise die Realisierung von Empfänger- und Sendestrukturen in der Kommunikationstechnik ohne analoge Schaltungstechnik nicht möglich [120, 162]. Aber auch in anderen Bereichen in der eine Schnittstelle mit der Umwelt realisiert werden soll, wie beispielsweise bei Sensoren, sind analoge Schaltungen unabdingbar [117]. Für die drahtlose Übertragung von Informationen wird oftmals das Superheterodyn-Prinzip verwendet. In Abbildung 1.1 ist das Blockschaltbild für solch einen Empfänger abgebildet.

Es ist zu erkennen, dass neben den Filtern und der Antenne drei Schaltungsklassen maßgeblich für die Realisierung des Empfängers notwendig sind. Dazu zählen der *Low Noise Amplifier* (LNA) am Eingang des Empfängers, der Frequenzmischer, sowie der Oszillator. Diese Schaltungsklassen werden dabei mit Hilfe von Halbleiterbauelementen, wie MOS-Transistoren realisiert, die eine nichtlineare Charakteristik aufweisen [56, 57, 147].

Die Funktionalität der drei Schaltungsklassen ist dabei wie folgt. Der LNA führt zunächst zu einer Verstärkung des hochfrequenten Eingangssignals, wobei darauf geachtet werden muss, dass diese Schaltung möglichst rauscharm ist und eine geringe Verzerrung des Eingangssignals verursacht [120]. Im nächsten Schritt wird das hochfrequente Signal in ein gewünschtes Frequenzband unter Anwendung des Frequenzmischers herunter gemischt. Die erhaltene Frequenz hängt dabei von dem Signal des Oszillators ab. Anschließend erfolgt noch eine Verstärkung sowie die weiterführende Datenverarbeitung.

In allen drei Blöcken muss die Nichtlinearität der Halbleiterbauelemente berücksichtigt werden. Dabei hat die nichtlineare Charakteristik unterschiedliche Auswirkungen. Im Fall des Verstärkers, beziehungsweise LNAs soll eine lineare Übertragungsverhalten realisiert werden. Die Nichtlinearität führt in diesem Fall zu unerwünschten Stö-

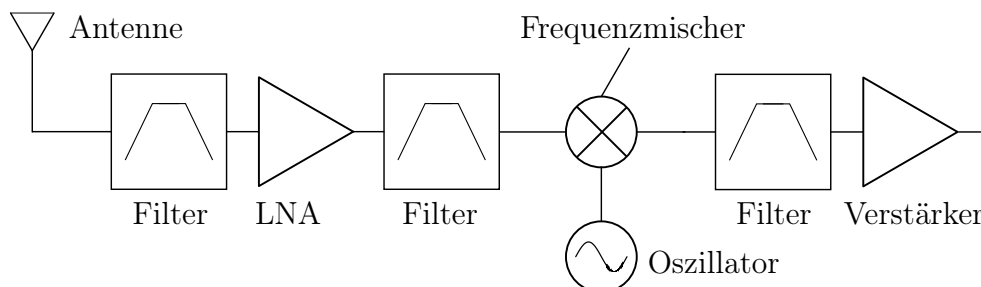


Abb. 1.1.: Blockschaltbild eines Superheterodynempfängers [162].

rungen, wie beispielsweise zu harmonischer Verzerrung [126]. Für die Funktionalität ist dementsprechend die Nichtlinearität nicht notwendig, muss dennoch aufgrund des Störeinflusses im Analyse- und Entwurfsprozess mit berücksichtigt werden. Die Funktion des Frequenzmischers und Oszillators ist dagegen nur aufgrund der verwendeten Nichtlinearität realisierbar. So ist eine Änderung der Frequenz eines Eingangssignals mit einem linearen zeitinvarianten System nicht möglich, da nur die Amplitude und die Phase verändert werden kann [46]. Ebenso ist die Erzeugung eines vom Anfangswert und kleinen Störungen unabhängigen Signals, ein sogenannter Grenzyklus, nur durch Verwendung nichtlinearer Bauelemente möglich. Das heißt im Gegensatz zu einem Verstärker sind für die Realisierung eines Frequenzmischer und Oszillators die nichtlineare Charakteristik der Halbleiterbauelemente essentiell notwendig [115, 130, 199]. Aufgrund der Nichtlinearität und den dynamischen Elementen entsprechen die Netzwerkgleichungen im Allgemeinen Differential-algebraischen Gleichungen. Mit Hilfe einer Regularisierung können diese in nichtlineare Differentialgleichungen überführt werden [93]. Für den Entwurf solcher Schaltungen müssen diese Beschreibungsgleichungen in Abhängigkeit der Netzwerkparameter gelöst werden. Da es sich jedoch um nichtlineare Gleichungen handelt, ist ein allgemeines Vorgehen nicht möglich und es müssen für jede Schaltungsklasse spezielle Methoden angewendet werden.

Im folgenden Abschnitt 1.1 soll zunächst das allgemeine Vorgehen für einen typischen Entwurf analoger Schaltungen mit Hilfe eines Schaltungssimulators wie Spectre Cadence beschrieben werden. Dabei wird in den Abschnitten 1.1.1 und 1.1.2 gesondert auf den Entwurf und die Analyse von Oszillatoren und Frequenzmischern eingegangen, da deren Funktionalität intrinsisch von der Nichtlinearität abhängt. Für einen effizienteren Ablauf des Entwurfs- und Analyseprozesses wird in dieser Arbeit ein Linearisierungsverfahren, die sogenannte Carleman-Linearisierung, verwendet und weiterentwickelt. In Abschnitt 1.2 wird hierfür zunächst eine kleine Übersicht über verschiedene Linearisierungsverfahren gegeben und im Anschluss in Abschnitt 1.2.1 die Entwicklung der Carleman-Linearisierung in den letzten Jahren umrissen. Die in dieser Arbeit entwickelte Erweiterung der Carleman-Linearisierung und Anpassungen für die jeweiligen Schaltungsklassen, im speziellen Oszillatoren und Frequenzmischer, wird anschließend in Abschnitt 1.3 beschrieben. Einen Überblick über Gliederung dieser Arbeit wird in Abschnitt 1.4 gegeben.

1.1. Entwurf analoger Schaltungen

Durch zunehmende Verbreitung und unterschiedliche Anwendungsgebiete, nehmen die Anforderungen, auch Spezifikationen genannt, an elektronischen Schaltungen stetig zu. Dabei existiert ein breites Spektrum an Spezifikationen für moderne analoge integrierte Schaltungen, wie beispielsweise eine geringe Leistungsaufnahme, um in mobilen Geräten eingesetzt werden zu können oder eine möglichst geringe Chipfläche, um kostengünstige Produktion gewährleisten zu können. Durch den Anstieg der Anforderung, nehmen jedoch die Herausforderungen im Entwurf von solchen analogen Schaltungen ebenfalls zu und ist dementsprechend zeitaufwendig. Der typische

Entwurfsablauf soll im Folgenden kurz erläutert werden, wobei dieser sich in zwei Schritte aufteilen lässt.

Zunächst wählt der Designer abhängig vom verwendeten Halbleiterprozess eine geeignete Topologie aus, die es ermöglicht die vorgegebenen Spezifikation zu erfüllen [147]. Nach der Wahl einer Topologie, können durch geeignete Modelle für die Halbleiterbauelemente, die Netzwerkgleichungen in Abhängigkeit der Netzwerkparameter aufgestellt werden. Ziel ist es nun eine geeignete Dimensionierung der Parameter zu finden, so dass die entworfene Schaltung die gewünschten Spezifikationen erfüllt. Um das Verhalten der verwendeten Topologie untersuchen zu können, müssen die Netzwerkgleichungen gelöst werden. Die Lösung der Netzwerkgleichungen und die Spezifikationen hängen somit stark zusammen [136]. Um jedoch das Verhalten in Abhängigkeit der Parameter untersuchen zu können, ist jedoch eine analytische Lösung der beschreibenden nichtlinearen Differentialgleichungen notwendig. Allerdings kann diese im Allgemeinen nicht bestimmt werden. Infolgedessen wird typischerweise ein iterativer Entwurfsprozess verwendet. Dazu wird zunächst ein auf Erfahrung und vorherigen Entwürfen basierender Startwert in dem von der Topologie aufgespannten Entwurfsraum gewählt (siehe Abbildung 1.2). Dieser Startwert erfüllt jedoch in den meisten Fällen nicht die vorgegebenen Spezifikationen. Ausgehend von dem gewählten Startwert beginnt nun ein iterativer Entwurfsprozess mit Hilfe eines Schaltungssimulators, wie beispielsweise Cadence Spectre. Für jede Iteration wird die Dimensionierung der Parameter angepasst und mit Hilfe des Schaltungssimulators eine Verifikation durchgeführt. Dieser Prozess wird solange wiederholt bis die vorgegebenen Spezifikationen erfüllt werden. Aufgrund der vielen Freiheitsgrade kann es dabei vorkommen, dass sich der Entwurf nach einer Iteration von der gewünschten Spezifikationen entfernt. Dementsprechend kann sich der Entwurfsprozess maßgeblich verlängern.

Um einen möglichst effizienten und damit kostengünstigen Entwurfsprozess zu erhalten, ist ein optimierter Startwert in der Nähe der Spezifikationen notwendig. Der anschließende Optimierungsprozess mit Hilfe eines Schaltungssimulators kann hierdurch verkürzt werden [130, 136].

Für die Berechnung eines optimierten Startwertes ist eine Analyse der zugrunde lie-

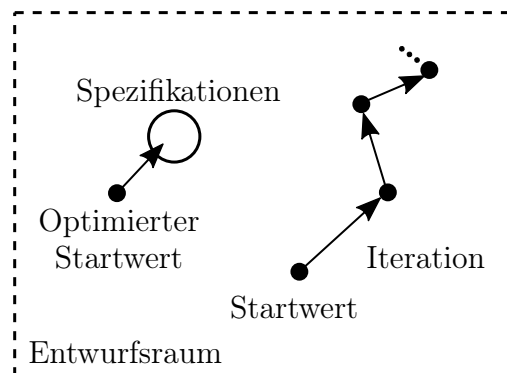


Abb. 1.2.: Darstellung des iterativen Entwurfsprozesses sowie die zu erreichenden Spezifikationen im von der Topologie aufgespannten Entwurfsraum.

genden Netzwerkgleichungen notwendig. Diese können durch geeignete Modelle für die Netzwerkelemente, mit Hilfe von Maschen- und Knotengleichungen aufgestellt werden [46, 57]. Die erhaltenen allgemeinen Netzwerkgleichungen entsprechen Differential-algebraischen Gleichungen, die anschließend beispielsweise durch Anwendung einer Regularisierung in eine nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichung überführt werden können [45, 93, 99, 163]. Für den Entwurf muss nun eine analytische Lösung dieser allgemeinen Netzwerkgleichung in Abhängigkeit der Netzwerkparameter bestimmt werden. Mit numerischen Verfahren ist dies nicht möglich, da alle Netzwerkparameter bereits vorab festgelegt sein müssen und damit nur eine Verifikation erfolgen kann. Allerdings können exakte analytische Lösung für allgemeine nichtlineare Netzwerkgleichungen nur in den wenigsten Fällen bestimmt werden [46]. Stattdessen werden analytische Näherungslösungen bestimmt.

Eine in der Elektrotechnik wohlbekannte Technik hierfür ist die sogenannte Kleinsignalanalyse [52]. Mit Hilfe einer Taylorreihe erster Ordnung werden die nichtlinearen Netzwerkgleichungen in einem geeigneten Arbeitspunkt approximiert. Dieser Ansatz hat jedoch verschiedene Nachteile. Zum einen kann mit dem erhaltenen linearen System nur eine lokale Approximation um den Arbeitspunkt durchgeführt werden. Weiterhin ist die erhaltene Näherung nur für kleine Anregungen gültig. Anhand der Einschränkungen ist zu erkennen, dass dieses Verfahren oftmals zu keiner geeigneten Näherung führen kann. Insbesondere für Oszillatoren und Frequenzmischern ist die Anwendung der Kleinsignalanalyse nur eingeschränkt möglich.

Für einen optimierten Startwert sind daher spezielle Methoden notwendig, die es erlauben, die Nichtlinearität in der Analyse und damit im Entwurf zu berücksichtigen. In dieser Arbeit wird dazu ein alternatives Linearisierungsverfahren verwendet, in dem nichtlineare Effekte in bestimmten Aspekten berücksichtigt werden. Im Gegensatz zu der Kleinsignalanalyse wird das nichtlineare Differentialgleichungssystem einem äquivalenten unendlichdimensionalen System von linearen Differentialgleichungen zugeordnet. Dies entspricht der Einbettung der nichtlinearen Differentialgleichung in einen Funktionenraum, beziehungsweise Hilbertraum [102].

Bevor jedoch näher auf die in dieser Arbeit verwendete Carleman-Linearisierung eingegangen wird, soll in den folgenden zwei Abschnitten ein Überblick über die speziell auftretenden Probleme im Entwurf und der Analyse von Oszillatoren und Frequenzmischern gegeben werden. Weiterhin werden die aus der Literatur bekannten Methoden für die Untersuchung dieser Schaltungen beschrieben.

1.1.1. Oszillatorentwurfskonzepte

Nachdem der Designer eine Topologie für den Oszillator gewählt hat, muss im nächsten Schritt eine Dimensionierung der Schaltung erfolgen. Wie im letzten Abschnitt beschrieben wird üblicherweise ein Schaltungssimulator wie Cadence Spectre verwendet mit dem ein iterativer Entwurfsprozess durchgeführt wird. Ausgehend von einem Startpunkt werden die Netzwerkparameter solange variiert bis die geforderten Spezifikation erzielt werden. Die Validierung im Schaltungssimulator erfolgt dabei hauptsächlich durch eine transienten Simulation sowie der Anwendung der Methode der

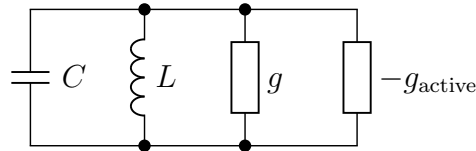


Abb. 1.3.: Lineares Oszillatormodell [29].

harmonischen Balance [112].

Um mit der transienten Simulation den eingeschwungenen Zustand, beziehungsweise den auftretenden Grenzyklus, beschreiben zu können, ist es notwendig eine ausreichend lange Simulationszeit zu wählen. Dabei kann sich das transiente Verhalten maßgeblich durch Anpassung der Netzwerkparameter verändern. Besonders im Falle von Quarz-Oszillatoren, die eine sehr hohe Güte aufweisen, ist das transiente Verhalten äußerst lang, so dass die numerische Simulation für jeden Parametersatz zeitintensiv ist [168, 173]. Weiterhin muss im Falle von numerischen Simulation anhand geeigneter Kriterien festgestellt werden, wann der stationäre Zustand erreicht ist. Aus diesen Gründen muss für jeden Satz von Netzwerkparameter eine manuelle Anpassung der Simulationszeit erfolgen und in jedem Einzelfall beurteilt werden, ob der stationäre Zustand erreicht ist. Das hat jedoch zur Folge, dass der Entwurfsprozess maßgeblich verlängert wird. Im Gegensatz zu der transienten Simulation kann mit der Methode der harmonischen Balance der eingeschwungene Zustand im Frequenzbereich berechnet werden. Ausgehend von einem endlichem komplexem Fourieransatz, wird ein mehrdimensionales nichtlineares Nullstellenproblem für die komplexen Fourierkoeffizienten aufgestellt [112]. Für die Lösung wird anschließend ein Iterationsverfahren wie beispielsweise ein Newton-Raphson-Verfahren verwendet [114]. Dabei ist es entscheidend einen passenden Anfangswert zu wählen, um die gesuchte Lösung erhalten zu können. Da durch Variation der Schaltungsparameter das komplexe Nullstellenproblem sich verändert, muss für jeden Satz von Schaltungsparameter ein geeigneter Anfangswert bestimmt werden. Darüber hinaus ist bei der Anwendung für nichtlineare Schaltung eine Transformation zwischen Zeit- und Frequenzbereich notwendig, da üblicherweise keine Modelle im Frequenzbereich für nichtlineare Bauelemente existieren [113, 114].

Anhand der beiden numerischen Verfahren ist es für einen schnelleren Entwurf entscheidend, einen optimierten Startpunkt im Entwurfsraum zu wählen. Dabei sollte der Startpunkt möglichst so gewählt werden, dass nur noch wenige Iterationen notwendig sind, um die gewünschten Spezifikationen zu erreichen. Die Wahl solch eines ersten Entwurfs, kann mit Hilfe eines Oszillatorentwurfskonzepts bestimmt werden. Ein weit verbreiteter Ansatz ist der sogenannte lineare Entwurfsansatz, bei dem die nichtlineare Differentialgleichung in einem Arbeitspunkt in eine Taylorreihe entwickelt und nach den Gliedern erster Ordnung abgebrochen wird [81, 88]. In Abbildung 1.3 ist das durch diesen Ansatz erhaltene Ersatzmodell für den Oszillator abgebildet. In diesem Modell sind alle Kapazitäten in der Schaltung in der Gesamtkapazität C sowie alle Induktivitäten in der Gesamtinduktivität L zusammengefasst. Die ohmschen Verluste in der Schaltung werden anhand des Leitwerts g berücksichtigt. Aufgrund

der verwendeten aktiven nichtlinearen Bauelemente tritt zusätzlich noch der negative Leitwert $-g_{\text{active}}$ auf, der zur Kompensation der ohmschen Verluste verwendet werden kann.

Anhand des linearen Modells kann die Schwingbedingung sowie die Frequenz untersucht werden. Die Schaltungsparameter werden nun so angepasst, dass der negative Leitwert die ohmschen Verluste kompensiert und somit

$$g = -g_{\text{active}} \quad (1.1)$$

folgt [151]. Das erhaltene System entspricht einem harmonischen Oszillator mit der Frequenz

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1.2)$$

und einem konjugiert komplexen Eigenwertpaar auf der imaginären Achse. In der Literatur ist dieses Vorgehen unter dem Barkhausenkriterium bekannt [131].

Weitere Aussagen, wie beispielsweise über die Stabilität des entstehenden Grenzzykus oder die Amplitude, sind mit dem linearen Modell nicht möglich. Nach dem Theorem von Hartman und Grobman ist das lineare System nur im hyperbolischen Fall, alle Eigenwerte mit Realteil ungleich null, lokal um den Arbeitspunkt äquivalent zu dem nichtlinearen System. Das erhaltene lineare System im Falle eines Oszillators ist jedoch ein nicht-hyperbolisches System, Eigenwerte mit Realteil gleich null, und kann somit nicht zur Beschreibung in der Nähe des Arbeitspunktes verwendet werden [133, 135]. Mit dem linearen Entwurfskonzept kann dementsprechend nur überprüft werden, ob die notwendige Schwingbedingung erreicht wird. Aussagen über das stationäre Verhalten können anhand des linearen Modells nicht getroffen werden.

Ein erster systematischer Entwurfsprozess unter Berücksichtigung der Nichtlinearität für Oszillatoren basierend auf der Andronov-Hopf-Bifurkationsanalyse wurde zuerst von Mathis präsentiert [96, 135] und in einer Reihe von Arbeiten weiterentwickelt [28, 29, 158, 159]. Für die Andronov-Hopf-Bifurkationsanalyse wird das nichtlineare Differentialgleichungssystem in eine parametrisierte Familie von Differentialgleichungen eingebettet und auf eine qualitative Änderung der asymptotischen Lösung untersucht [130, 136]. Daraufhin kann eine Näherung für die Amplitude sowie der Frequenz des Oszillators berechnet werden. Allerdings gilt diese Näherung nur lokal um den Entstehungspunkt des stabilen Grenzzykus, dem sogenannten Bifurkationspunkt [29]. Daher wird zusätzlich zu der Andronov-Hopf-Bifurkation die Mittelungsmethode nach Krylov, Bogoliubov und Mitropolsky verwendet, die keinen eingeschränkten Gültigkeitsbereich hat. Hierbei wird das nichtlineare Differentialgleichungssystem zunächst in Polarkoordinaten überführt und anschließend mit einer fast-identischen Transformation eine Entkopplung der Phasen und der Radien durchgeführt [111, 131]. Die damit erhaltene Differentialgleichung für die Radien geben nun Aufschluss über die maximale Amplitude des Oszillators. Aufgrund der Transformation in Polarkoordinaten wird ein kompliziertes Gleichungssystem erhalten. Weiterhin wird durch die Mittelung der Zustände eine Differentialgleichung für die Radien erhalten, die weiter untersucht werden muss [138].